

**YAZ OKULU MAT1151 GENEL MATEMATİK I
FİNAL SINAVI SORULARI**

06.08.2012

Adı Soyadı :
Numarası :
Şubesi :

1. Aşağıdaki fonksiyonlar için y' türevlerini bulunuz.(4×7 p.)

(a) $xy^2 + \cos y + \sec x = 0$ (b) $\begin{cases} x = \arcsin(t^2 + 1) \\ y = \arctan t \end{cases}$

(c) $y = \sin^5(x^2 + \frac{1}{x})$ (d) $y = \sqrt{\ln(2 + e^{3x})}$

2. $y = \frac{4x + 1}{x^2 - 1}$ denklemlı eğrinin $x = 0$ apsisli noktasındaki teğet ve normal denklemlerini bulunuz.(10 p)

3. Alanı 36 cm^2 olan bir dikdörtgenin çevresinin en az kaç cm olacağını türev yardımıyla araştırınız.(8 p.)

4. $\sqrt[4]{17}$ nin yaklaşık değerini diferansiyel yardımıyla hesaplayınız. (8 p.)

5. $f(x) = \frac{x^4}{3} + 4x^3 - 2x + 3$ fonksiyonunun dönüm noktaları ile konveks ve konkav olduğu aralıkları belirleyiniz.(8p.)

6. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.(4×6 p.)

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln x]^{\frac{1}{x}}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/4} \sin \frac{1}{\sqrt{x}}$ (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

7. $y = \frac{4x}{(x-1)^2}$ eğrisinin grafiğini çiziniz.(14 p.)

BAŞARILAR

CEVAPLAR

1)(a) $y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{y^2 + \sec x \tan x}{2xy - \sin y}$ (b) $y' = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{1/(1+t^2)}{2t/\sqrt{1-(t^2+1)^2}}$

(c) $y' = 5 \sin^4(x^2 + \frac{1}{x}) \cos(x^2 + \frac{1}{x})(2x - \frac{1}{x^2})$ (d) $y' = \frac{1}{2} \frac{e^{3x}}{\sqrt{\ln(2 + e^{3x})} (2 + e^x)} \cdot 3$

2) $y'|_{x=0} = \frac{4(x^2 - 1) - 2x(4x + 1)}{(x^2 - 1)^2} \Big|_{x=0} = -4 = m$ teğetin eğimidir.

Teğetin denklemi $y - y(0) = y'(0)(x - 0) \implies y + 1 = (-4)(x - 0) \implies y = -4x - 1$


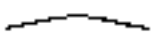
Normalin denklemi $y - y(0) = \frac{(-1)}{y'(0)}(x - 0) \implies y + 1 = \frac{1}{4}(x - 0) \implies y = \frac{x}{4} - 1$

3) Alan $x \cdot y = 36$ iken çevre $2(x + y)$ min. olacak. O halde $y = 36/x$ olmak üzere $f(x) = 2(x + \frac{36}{x})$ min. olmalı. $f'(x) = 2(1 - \frac{36}{x^2}) = 0 \implies x^2 = 36 \implies x = \pm 6$ kritik noktalar. $x = 6$ aranan boyuttur. Dolayısıyla çevre minimum $f(6) = 2(6 + \frac{36}{6}) = 24$ cm olur.

4) $f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $f(x) = \sqrt[4]{x}$, $x = 17$ ve $x_0 = 16$ olarak seçilirse

$$\sqrt[4]{17} \approx \sqrt[4]{16} + \frac{1}{4\sqrt[4]{x_0^3}} \Big|_{x_0=16} (17-16) = 2 + \frac{1}{32}$$

$$5) f'(x) = 4x^3 + 12x^2 - 2, \quad f''(x) = 12x^2 + 24x = 0 \implies x = 0 \text{ ve } x = -6.$$

x		-6		0	
y''		+		-	
y					
		<i>Konvoks</i>		<i>Konkav</i>	

$x = -6, x = 0$ dönüm noktalarıdır.

$$6)(a) \infty^0; \lim_{x \rightarrow \infty} \ln[\ln x]^{1/x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \ln[\ln x] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln[\ln x]}{x} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1/x)/\ln x}{1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x \ln x} = 0 \implies \lim_{x \rightarrow \infty} [\ln x]^{1/x} = e^0 = 1$$

$$(b) \frac{0}{0}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x^3 - 3x + 2} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{3x^2 - 3} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{x^2}}{6x} = -\frac{1}{6}$$

$$(c) \infty \cdot 0; \lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/4} \sin \frac{1}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{x}}}{\frac{1}{x^{1/4}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{x^{1/4}} \right)}{\frac{1}{x^{1/4}} \left(\frac{1}{x^{1/4}} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{x}}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^{1/4}} = 1 \cdot 0 = 0$$

$$(d) \infty - \infty \text{ pay ve paydayı } \sqrt{x+1} + \sqrt{x} \text{ ile çarp/böl; } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1-x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = 0$$



7)(1) Tanım kümesi $\mathbb{R} - \{1\}$ dir.

(2) Eks. kes. Nok. $x = 0 \Leftrightarrow y = 0$ olduğundan $(0,0)$ noktası eksenleri kestiği noktadır.

(3) Asimtotlar $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x}{(x-1)^2} = \infty$ olduğundan $x = 1$ dikey asimtot, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{(x-1)^2} = 0$ olduğundan $y = 0$ yatay asimtottur.

$$(4) \text{Türev } y' = \frac{4(x-1)^2 - 4x \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{4(x-1)(-x-1)}{(x-1)^4} = 0 \implies x = -1 \text{ ve } x = 1 \text{ kritik noktalar}$$

(5)

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	+	0
y	0		0		0

(6)

